Egybevágósági transzformációk. Konvex sokszögek tulajdonságai, szimmetrikus sokszögek.

A 19. században Felix Klein meghirdette az Erlangeni programban a geometriai transzformációk segítségével való felépítését az elemi geometriának.

**Transzformációk:**

**Definíció:** Geometriai transzformációk azok a függvények, amelyek egy ponthalmazt ponthalmazra képeznek le.

**Definíció:** A geometriai transzformációk közül a távolságtartó transzformációkat egybevágósági transzformációknak nevezzük.

**Távolságtartó leképezés:** bármely két pont távolsága egyenlő képeik távolságával

Síkbeli egybevágósági transzformációk: tengelyes tükrözés, pontra vonatkozó tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.

**Közös tulajdonságok:**

* Kölcsönösen egyértelmű (egy pontnak egy képpont felel meg és fordítva).
* Szögtartó (minden szög egyenlő nagyságú a képével).

**Tétel:** Bármely egybevágóság összetehető a 3 transzformáció összegéből.

**Egybevágóság:**

Két síkidom egybevágó, ha létezik olyan egybevágósági transzformáció, amellyel fedésbe lehet őket hozni.

* **Két háromszög egybevágó ha:**
  + oldalai páronként egyenlők
  + egy oldal és a hozzátartozó két szög megegyezik
  + két oldal és a közbezárt szög megegyezik
  + két oldal és a nagyobbikkal szemközti szög megegyezik
* **Két sokszög egybevágó ha:**
  + oldalaik páronként, egy szögei páronként megegyeznek (négyzet, rombusz)

**Sokszögek tulajdonságai:**

**Definíció:** Egy sokszög konvex, ha bármely két belső pontját összekötő szakasz minden pontja a sokszögön belül van.

**Tétel:** Egy n oldalú konvex sokszög átlóinak a száma n\*(n-3)/2

* Bizonyítás!

**Tétel:** Egy n oldalú konvex sokszög külső szögeinek összege 360°.

* Bizonyítás!

**Szabályos sokszögek:**

* n oldalú szabályos sokszögnek n db szimmetriatengelye van. Ha n páros, akkor a tengelyek egyik fele a szemközti csúcsokra illeszkedik, másik fele a szemközti oldalak felezőmerőlegese. Ha n páratlan, akkor a tengelyek a csúcsokat az átellenes oldal felezőpontjával kötik össze
* Szabályos sokszögek euklideszi módon szerkeszthetőek, ha n egy 2 hatvány és különböző Fermat-prímek szorzata
  + Gauss a szabályos 17 szöget kérte a sírkövére máig nem kapta meg

**Szimmetria tulajdonságai:**

**Tengelyes tükrözés:**

**Definíció:** Adott a sík egy t egyenese, ez a tengelyes tükrözés tengelye. A t tengelyre vonatkozó tengelyes tükrözés a sík tetszőleges t-re nem illeszkedő P pontjához azt a P’ pontot rendeli, amelyre fennáll, hogy PP’ szakasz felezőmerőlegese a t tengely. A t egyenes képe önmaga.

* Definíció: Ha egy ponthalmazhoz található olyan t egyenes, amelyre vonatkozó tükörképe önmaga, akkor ez a ponthalmaz tengelyesen szimmetrikus alakzat, amelynek t a szimmetria tengelye
* Pl.: Egyenlő szárú háromszög, szabályos háromszög, deltoid, húrtrapéz, rombusz, téglalap, négyzet, kör, parabola

**Középpontos tükrözés:**

**Definíció:** Adott a sík egy O pontja, a középpontos tükrözés középpontja. Az O pontra vonatkozó középpontos tükrözés a sík egy tetszőleges O-tól különböző P pontjához azt a P’ pontot rendeli, amelyre az O pont a PP’ szakasz felezőpontja. Az O pont képe önmaga.

* Definíció: Ha egy ponthalmazhoz található olyan O pont, amelyre a vonatkozó képe önmaga, akkor ez a ponthalmaz középpontosan szimmetrikus alakzat, amelynek O a szimmetria középpontja.
* Pl.: paralelogramma, rombusz, téglalap, négyzet, kör, ellipszis, hiperbola

**Alkalmazások:**

* építészet, művészet 🡪 főleg iszlám építészetben, mivel minden más tiltva van
* csempézés 🡪Penrose féle csempézés
  + szabályos 6 szögekből akármekkora területet le lehet fedni
  + szabályos 3 szögekből akármekkora területet le lehet fedni
  + szabályos 4 szögekből akármekkora területet le lehet fedni
  + több nincs
  + plusz ezek keverékeiből.
* Kristályszerkezetek kutatása, kémia
  + grafit 🡪 hatszög
  + C60 🡪ötszög + hatszög